

Aufgabe 27: Rechnen in \mathbb{Z}_N

1. Lösen Sie die Gleichung $5x + 6 = 13$ in \mathbb{Z}_{11} .
2. Lösen Sie die Gleichung $11111x = 4$ in \mathbb{Z}_{12345} .
3. Berechnen Sie 17^{-1} in \mathbb{Z}_{101}^\times .
4. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $12x = 28$ in \mathbb{Z}_{236} .
5. Berechnen Sie $\varphi(46)$, die Inversen von 13 und 31 in \mathbb{Z}_{46}^\times , sowie die Ordnungen modulo 46 der Elemente $a = 3$ und $b = 5$.
6. Berechnen Sie in \mathbb{Z}_{46}^\times die Potenzen a^{234} und b^{234} , und zwar mit möglichst wenigen Multiplikationen,
 - indem Sie die Kenntnis der Ordnungen von a und b voraussetzen.
 - indem Sie die Kenntnis von $\varphi(46)$ voraussetzen.
7. Wenn bekannt ist, dass die natürliche Zahl n das Produkt von zwei Primzahlen p und q ist, also $n = p \cdot q$, wie kann man dann aus der Kenntnis von $\varphi(n)$ die beiden Teiler p und q berechnen? Führen Sie das für $n = 10088821$ durch, indem Sie die Information $\varphi(n) = 10082272$ verwenden.