

Aufgabe 28: Präsenzaufgaben

1. Geben Sie einen effizienten Algorithmus zur Berechnung des grössten gemeinsamen Vielfachen (kgV) zweier ganzer Zahlen an. Begründen Sie die Effizienz Ihres Verfahrens!
2. Zeigen Sie: sind F_n und F_{n+1} zwei aufeinanderfolgende Glieder der FIBONACCI-Folge, so gilt $\text{ggT}(F_n, F_{n+1}) = 1$.
3. Lösen Sie die Gleichung $5x + 6 = 13$ in \mathbb{Z}_{11} .
4. Berechnen Sie 17^{-1} in \mathbb{Z}_{101}^\times .
5. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichung $12x = 30$ in \mathbb{Z}_{236} .
6. Sie haben Münzen zu 15 Cent und Münzen zu 27 Cent in beliebiger Anzahl zur Verfügung.
 - (a) Sie sollen damit einen Betrag von $B=2222$ Cent exakt bezahlen. Geht das? Wenn ja, wieviele verschiedene Möglichkeiten gibt es, den Betrag mit diesen Münzen zusammenzustückeln? Wenn "nein", warum geht es nicht?
 - (b) Gleiche Frage, aber nun mit dem Betrag $B=3333$.
7. Auf kariertem Papier sei ein $(a \times b)$ -Rechteck (a, b positive ganze Zahlen) markiert. Wieviele des $a \cdot b$ Quadrate werden von der Diagonalen, die das linke untere Eck mit dem rechten oberen Eck des Rechtecks verbindet, durchquert (und nicht nur in einem Eckpunkt berührt)?
NB: Sie können die Frage auch so stellen: auf einem Bildschirm soll eine Gerade zwischen zwei Punkten (Pixeln) approximiert dargestellt werden, indem "passende" Pixel zum Leuchten gebracht werden. Welche? Wieviele?
8. Es seien a, s, t ganze Zahlen mit $a > 0$. Man bewegt sich auf \mathbb{Z} indem man von einer gegebenen Position x aus in einem Schritt um a Einheiten nach links (nach $x - a$) oder rechts (nach $x + a$) geht. Unter welcher Bedingung kann man von s ausgehend in endlich vielen (wievielen?) Schritten t erreichen?
9. Es seien a, b, s, t ganze Zahlen mit $a, b > 0$. Man bewegt sich auf \mathbb{Z} indem man von einer gegebenen Position x aus in einem Schritt um a oder b Einheiten nach links (nach $x - a$ bzw. $x - b$) oder rechts (nach $x + a$ bzw. $x + b$) geht. Unter welcher Bedingung (notwendig und hinreichend!) kann man von s ausgehend in endlich vielen (wievielen?) Schritten t erreichen?