Aufgabe 18: Charakterisierung der Łukasiewicz- und Dyck-Sprachen

1. Beweisen Sie sorgfältig, d.h. mittels einer anständig und ausführlich durchgeführten Induktion, dass sich die Wörter der Łukasiewicz-Sprache L bzw. der Dyck-Sprache D folgendermassen charakterisieren lassen (siehe Abschnitt 5.4 des Skripts):

   Für $w \in \mathbb{B}^*$ gilt

   $$w \in L \iff \begin{cases} \delta(w) = -1 \text{ und} \\ w = u \cdot v, v \neq \epsilon \;\Rightarrow\; \delta(u) \geq 0 \end{cases}$$

   $$w \in D \iff \begin{cases} \delta(w) = 0 \text{ und} \\ w = u \cdot v \;\Rightarrow \delta(u) \geq 0 \end{cases}$$

   Hierbei bezeichnet $\delta(w) = |w|_0 - |w|_1$ die Differenz zwischen der Anzahl der Nullen und der Anzahl der Einsen in w.

2. Verwenden Sie diese Aussagen, um einen Parser für die kontextfreien Sprachen L bzw. D zu bauen.

3. Testen sie Ihren Parser mit den Wörtern

   (a) 0 0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1
   (b) 0 0 1 0 0 1 1 1 0 1 0 0 1 1 1
   (c) 0 0 1 0 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1

4. (**Bonusaufgabe**)

   Beweisen Sie, ebenfalls sorgfältig, die Aussage des *Zykellemmas*:

   > Ist $w \in \mathbb{B}^*$ und gilt $\delta(w) = -1$, so gibt es genau eine Faktorisierung $w = u \cdot v$ mit $v \cdot u \in L$.