

Aufgabe 26: BÉZOUT im Originalton

In dem Lehrbuch *Cours de Mathématiques à l'usage des Gardes du Pavillon et de la Marine*, Paris (1766), stellt E. BÉZOUT (1739–1783) auf Seite 118 die folgende Aufgabe:

Question premiere: *On demande en combien de manieres on peut payer 542 livres, en donnant des pieces de 17 liv. & recevant en échange des pieces de 11 livres.*

(deren Lösung er dann auch ausführlich diskutiert). Ersichtlich geht es um die nichtnegativen ganzzahligen Lösungen der Gleichung

$$17x - 11y = 542.$$

1. Berechnen Sie $\text{ggT}(17, 11)$.
2. Berechnen Sie eine ganzzahlige Lösung von $17x - 11y = 542$ mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus.
3. Bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit. Wieviele Lösungen gibt es? Welches ist die Lösung, bei der x nicht negativ und so klein wie möglich ist?
4. Beantworten diese Fragen auch in Bezug auf die Gleichung $17x + 11y = 542$.