

Aufgabe 14: Zu Komplexität der Matrixmultiplikation

Ein Hinweis: für diese Aufgabe brauchen Sie lediglich ein Verständnis dafür, wie die asymptotische Komplexität für den Algorithmus von STRASSEN hergeleitet wurde. Sie brauchen keinen Algorithmus zu erfinden oder dergleichen. Aber sie werden vermutlich einen (Taschen-)Rechner benötigen – dann lassen sich alle Fragen ganz schnell beantworten. Denken Sie an das Rechnen mit Logarithmen!

1. Man kann versuchen, den rekursiven Trick der STRASSEN-Multiplikation für Matrizen auch mit einem Multiplikationsschema für 3×3 -Matrizen spielen. Wesentlich dabei wäre, dass man mit weniger als $3^3 = 27$ Multiplikationen auskommt. Aber wie wenige Multiplikationen müssten es sein, damit man asymptotisch besser ist, als das Strassen-Verfahren?
(Nebenbei: das beste bislang bekannte Schema für 3×3 -Matrizen verwendet 23 Multiplikationen.)

2. Victor PAN hat drei Verfahren angegeben, die

- zur Multiplikation von 68×68 Matrizen jeweils 132464 Multiplikationen,
- zur Multiplikation von 70×70 Matrizen jeweils 143640 Multiplikationen,
- zur Multiplikation von 72×72 Matrizen jeweils 155424 Multiplikationen,

im Koeffizientenbereich, benötigen.

Welche der Methoden erzielt die beste asymptotische Laufzeit, wenn man sie für einem divide-and-conquer Algorithmus zur Matrix-Multiplikation benutzt?

Vergleichen Sie dies mit der Laufzeit des STRASSEN-Algorithmus.