

### Drei Probleme als appetizer für die Theorie-3

- **Worm Up**

Ein Wurm befindet sich an einem Ende eines  $1\text{ m}$  langen Gummibandes und beginnt zum Zeitpunkt  $0$  mit einer Geschwindigkeit von  $1\text{ cm/min}$  zum anderen Ende hin zu kriechen. Nach einer Minute wird das Gummiband um  $1\text{ m}$  gedehnt - der Wurm behält seine relative Position auf dem Band, ist also vor und nach der Dehnung  $1\%$  von seinem Startpunkt und  $99\%$  von seinem Zielpunkt entfernt — nach der Dehnung befindet er sich also in  $2\text{ cm}$  Abstand vom Ausgangspunkt. Er kriecht mit der gleichen Geschwindigkeit wie vorher weiter ( $1\text{ cm/min}$ ), bevor nach einer weiteren Minute das Gummiband erneut um  $1\text{ m}$  gedehnt wird. Danach ist der Wurm auf dem nunmehr  $3\text{ m}$  langen Band genau  $4,5\text{ cm}$  von seinem Ausgangspunkt entfernt. Und so geht es immer weiter, potentiell unbeschränkte Lebensdauer des Wurms und Dehnungsfähigkeit des Gummibandes vorausgesetzt.

- Wird der Wurm je das andere Ende des Gummibandes erreichen?  
Und wenn *ja*, wie lange dauert es?

- **Käse Schneiden**

Bei einem Sommerfest soll ein grosses quaderförmiges Stück Käse mittels ebener Schnitte mit einem Käsemesser in möglichst viele Teile zerlegt werden, die allerdings weder gleiche Form haben, noch gleich schwer sein müssen. Der Käsequader oder Teile davon sollen während der Teilungsprozedur nicht bewegt werden.

1. Wieviele Schnitte benötigt man, damit jeder von  $999$  Gästen mindestens ein Stück Käse erhält?
2. Wie wächst die maximale Anzahl von Teilen als Funktion der Anzahl der Schnitte?

- **Frisbee Spielen**

Fünf Spieler haben sich zum Frisbee-Spielen an den Knoten eines regelmässigen 5-Ecks aufgestellt. Zwei der Spieler, die an benachbarten Knoten stehen, haben zu Beginn je eine Frisbee-Scheibe in der Hand. Nun werfen sich die Spieler in regelmässigem Zeittakt die Scheiben zu, wobei jeder Spieler, der gerade eine Scheibe hat, diese zu einem seiner beiden Nachbarn wirft, und zwar mit gleicher Wahrscheinlichkeit für beide Möglichkeiten. (Die Vorgeschichte des Spielverlaufs spielt also keine Rolle). Das Spiel ist beendet, sobald beide Scheiben gleichzeitig bei einem der Spieler eintreffen.

1. Wie lange dauert dieses Spiel im Mittel?
2. Wie gross ist die Varianz der Spieldauer?
3. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Spiel mindestens  $100$  Würfe (Zeittakte) lang dauert?